2 関数(1)

代表例題 1　関数の式，変域・変化の割合

(1)　y は x の 1 次関数で，グラフは点(2，1)を通る傾き -3 の直線である。y を x の式で表せ。

(2)　y は x の 2 乗に比例し，$x=2$ のとき $y=12$ である。$x=-3$ のときの y の値を求めよ。

(3)　関数 $y=2x^2$ について，次のものを求めよ。

①　x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域

②　x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合

---

1 (1)　y は x に比例し，$x=-3$ のとき $y=12$ である。y を x の式で表せ。

(2)　y は x に反比例し，$x=2$ のとき $y=6$ である。$x=-3$ のときの y の値を求めよ。

(3)　y は x の 1 次関数で，$x=-2$ のとき $y=11$，$x=3$ のとき $y=-4$ である。y を x の式で表せ。

(4)　y は x の 2 乗に比例し，$x=-2$ のとき $y=-2$ である。$x=-4$ のときの y の値を求めよ。

2 (1)　関数 $y=\frac{1}{2}x+3$ について，次のものを求めよ。

①　x の変域が $-2\leqq x\leqq 4$ のときの y の変域

②　x の増加量が 8 のときの y の増加量

(2)　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，次のものを求めよ。

①　x の変域が $-4\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域

②　x の値が 4 から 6 まで増加するときの変化の割合

(3)　関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ について，次のものを求めよ。

①　x の変域が $-2\leqq x\leqq 6$ のときの y の変域

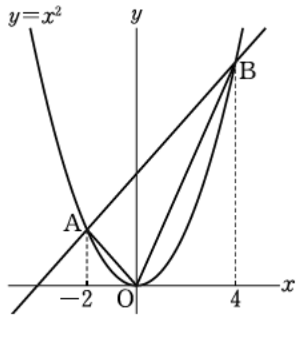
②　x の値が -6 から -3 まで増加するときの変化の割合

代表例題２　面積

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に２点A，Bがあり，x 座標はそれぞれ－2，4である。

⑴　２点A，Bを通る直線の式を求めよ。

⑵　△AOBの面積を求めよ。

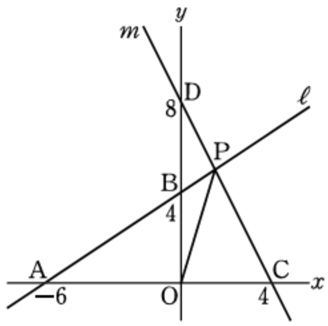


⑶　点Aを通り△AOBの面積を２等分する直線の式を求めよ。

1　図で，２点A(－6，0)，B(0，4)を通る直線 ℓ と，２点C(4，0)，D(0，8)を通る直線 m の交点をPとする。

⑴　直線 ℓ，m の式をそれぞれ求めよ。

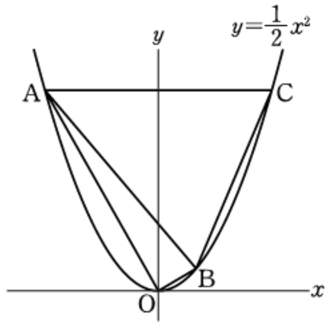
⑵　点Pの座標を求めよ。



⑶　△APOの面積は△BPDの面積の何倍か。

2　図で，３点A，B，Cは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点であり，x 座標はそれぞれ－6，2，6である。

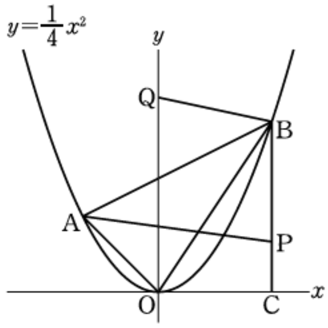
⑴　△AOBの面積を求めよ。



⑵　点Cを通り△ABCの面積を２等分する直線の式を求めよ。

3　図で，２点A，Bは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点，点Cは x 軸上の点であり，x 座標はそれぞれ－4，6，6である。点Pは線分BC上の点であり，点Qは y 軸上の点で，y 座標は正とする。

⑴　△AOB＝△APBのとき，点Pの座標を求めよ。



⑵　△AOB＝△QOBのとき，点Qの座標を求めよ。

練習問題

1 次の問いに答えよ。

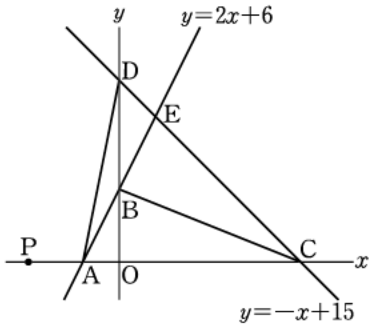
(1) 2点$(-5,\ -4)$，$(2,\ 10)$を通る直線がある。この直線とx軸との交点の座標を求めよ。

(2) yはxの2乗に比例し，そのグラフは点$(4,\ 12)$を通る。この関数で$x=6$のときのyの値を求めよ。

(3) 関数$y=ax^2$において，xの変域が$-1\leqq x\leqq 6$のときのyの変域は$0\leqq y\leqq 12$である。aの値を求めよ。

(4) 関数$y=ax^2$において，xの値が1から5まで増加するときの変化の割合は9である。aの値を求めよ。

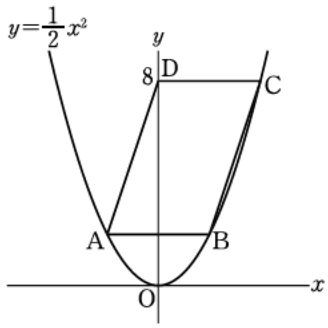
2 図で，2点A，Bは直線$y=2x+6$とx軸，y軸との交点，2点C，Dは直線$y=-x+15$とx軸，y軸との交点である。また，2つの直線の交点をEとする。



(1) △BCEの面積を求めよ。

(2) x軸上の点Aより左の部分に点Pを，△APE＝△ADEとなるようにとる。点Pの座標を求めよ。

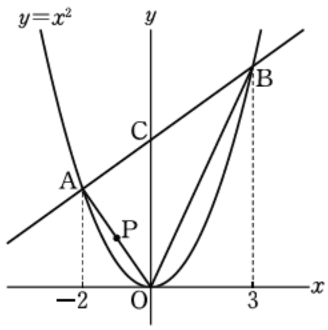
3 図のように，関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上に3点A，B，C，y軸上に点Dがある。点C，Dのy座標はともに8であり，四角形ABCDは平行四辺形である。



(1) 平行四辺形ABCDの面積を求めよ。

(2) 点Oを通り平行四辺形ABCDの面積を2等分する直線の式を求めよ。

4 図のように，関数$y=x^2$のグラフ上に2点A，Bがあり，それぞれのx座標は-2，3である。直線ABとy軸の交点をCとし，線分OA上に点Pをとる。



(1) △ABP＝△OBPのとき，直線BPの式を求めよ。

(2) △POB＝△COBのとき，点Pの座標を求めよ。

実戦問題

1 次の問いに答えよ。

(1) ア～オの関数の中から，$x>0$ の範囲で x の値が増加すると y の値は減少するものをすべて選べ。

ア $y=3x$　イ $y=\frac{3}{x}$　ウ $y=-3x+2$

エ $y=3x^2$　オ $y=-3x^2$

(2) 関数 $y=-x+6$ において，x の変域が $2\leqq x\leqq a$ のときの y の変域は $1\leqq y\leqq b$ である。a，b の値を求めよ。

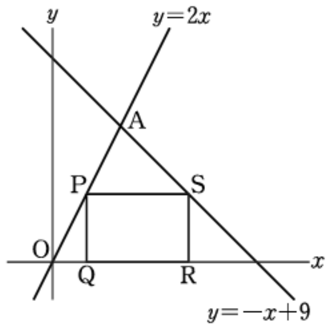
(3) x の変域が $-3\leqq x\leqq 1$ のとき，2つの関数 $y=ax^2$ と $y=3x+b$ の y の変域が一致する。a，b の値を求めよ。ただし，$a<0$ とする。

(4) 2つの関数 $y=ax^2$ と $y=-3x+2$ について，x の値が2から4まで増加するときの変化の割合は等しい。a の値を求めよ。

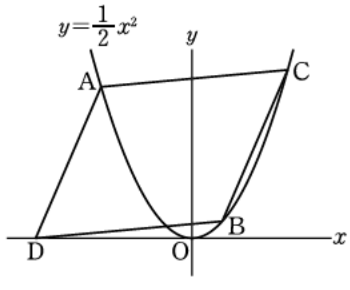
2 図のように，2直線 $y=2x$，$y=-x+9$ の交点をAとし，線分OA上に点P，x 軸上に2点Q，R，直線 $y=-x+9$ 上に点Sをとり，長方形PQRSをつくる。

(1) 長方形PQRSが正方形になるときの点Pの x 座標を求めよ。

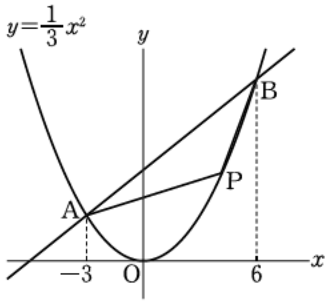
(2) 長方形PQRSの面積が12になるときの点Pの x 座標をすべて求めよ。



3 図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に3点A，B，C，x 軸上の負の部分に点Dをとり，平行四辺形ADBCをつくる。点A，Bの x 座標がそれぞれ -3，1のとき，点Cの座標を求めよ。



4 図のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，x 座標はそれぞれ -3，6である。このグラフ上の点Aから点Bまでの間に点Pをとり，△APBをつくる。△APBの面積が12となるような点Pの座標をすべて求めよ。



テーマ学習 1 数と式

1 aを負の数とするとき，次のア～オの式のうち，値が最も大きいものを１つ選べ。 〈大阪〉

ア $-a$　　イ $-\frac{1}{2}a$　　ウ $\frac{1}{a}$　　エ a　　オ $2a$

2 次の問いに答えよ。

(1) $10a+b$の式で表されるものを，次のア～エからすべて選べ。 〈島根〉

ア 十の位がaで，一の位がbである２けたの正の整数

イ 分速amで10分間歩いた道のりと，分速bmで１分間歩いた道のりの合計(m)

ウ 濃度10％の食塩水agと濃度１％の食塩水bgを混ぜ合わせたときの水溶液にふくまれる食塩の量(g)

エ 10分間で$a$cm^{3}の水が出る給水管と１分間で$b$cm^{3}の水が出る給水管の両方を使ったときに，１分間で出る水の量の合計(cm^3)

(2) 鉛筆１本の値段をa円，ノート１冊の値段をb円とする。「鉛筆３本とノート１冊の代金を払うと，300円でおつりがもらえた」という数量の関係を，不等式で表せ。 〈群馬〉

(3) 男子21人，女子14人のクラスでハンドボール投げを行い，投げた距離を測ったところ，このクラス35人全体の平均は20mであった。男子21人の投げた距離の平均をam，女子14人の投げた距離の平均をbmとするとき，aとbの関係を等式で表せ。また，その等式をbについて解け。 〈新潟〉

3 次の問いに答えよ。

(1) $a=\frac{4}{5}$のとき，$9a(a+3)-(3a+2)^2$の値を求めよ。 〈静岡〉

(2) $x=2016$，$y=2015$のとき，x^2-y^2の値を求めよ。 〈佐賀改〉

(3) $x=\sqrt{3}-2$のとき，x^2+4x+4の値を求めよ。 〈埼玉〉

(4) $\frac{\sqrt{50-2n}}{3}$が自然数になるとき，自然数nの値を求めよ。 〈千葉〉

(5) x^2+7x+aが，正の整数b，cを用いて，$(x+b)(x+c)$と因数分解できるような定数aの値をすべて求めよ。 〈山口〉

(6) a，bは自然数で，$2<\sqrt{a}<3$であり，$ab-a=28$である。このとき，a，bの値を求めよ。 〈熊本〉

4 2けたの正の整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた整数をつくる。もとの整数を5倍した数と，もとの整数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる整数を4倍した数との和をNとする。このとき，Nは9の倍数であることを，文字式を使って証明せよ。〈香川〉

5 3つの円A，B，Cがあり，それぞれの円の半径はa cm，b cm，$(a+b)$cm である。円Aの面積と円Bの面積との和が，円Cの面積の$\frac{1}{2}$となるとき，$a=b$であることを証明せよ。〈岐阜〉

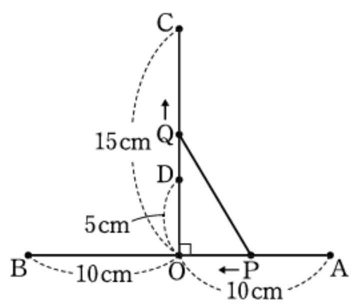
6 ある商品をなるべく安く買うことを考える。A店では，普段その商品を1個60円で販売しているが，登録料を払ってお店の会員になると，1個50円で買うことができる。30個買うときに，会員でないときの金額と，登録料を払い会員になって買うときの金額が同じになる。〈沖縄改〉

(1) A店の会員になるための登録料を求めよ。

(2) 同じ商品をB店で買うと，45個目までは1個70円，46個目からは1個40円で買うことができる。46個以上買うとき，A店で会員になって買う金額とB店で買う金額が同じになるのは，商品を何個買うときか。

7 あるグループ全員の血液型を調べたところ，男子の$\frac{1}{3}$と女子の$\frac{2}{5}$がA型で，その人数の合計は男子全体の人数と等しくなっていた。また，男子全体の人数と女子全体の人数は，どちらかが8人多くなっている。このグループの，A型の男子の人数とA型の女子の人数を，それぞれ求めよ。〈宮城〉

8 図のように，点Oで垂直に交わる2つの線分ABと線分OCがある。OA＝10cm，OB＝10cm，OC＝15cm で，線分OC上にOD＝5cm となる点Dをとる。点Pは点Aを出発し，毎秒2cmの速さで点Aから点Bまで線分AB上を移動する。また，点Qは点Pと同時に点Dを出発し，毎秒1cmの速さで点Dから点Cまで線分DC上を移動する。〈佐賀改〉



(1) 出発してから2秒後の△OPQの面積を求めよ。

(2) △OPQの面積が24cm^{2}となるのは出発してから何秒後か。ただし，点Pは線分OB上にあるものとする。

冬の総仕上げ問題

/100

1 次の計算をせよ。ただし，(6)は式を因数分解せよ。 （4点×6）

(1) $(-3^2-5)\times\left(-\frac{2}{7}\right)$ (2) $\frac{5x+y}{4}-\frac{2x-3y}{6}$ (3) $\sqrt{18}+\frac{6}{\sqrt{3}}-2\sqrt{8}$

(4) $(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{20})$ (5) $(x+4)^2-4(x+2)(x-2)$ (6) $(a-5)^2+12(a-5)+36$

2 次の連立方程式や方程式を解け。 （4点×2）

(1) $-2x+5y-5=x+\frac{3}{2}y=-7$ (2) $3x^2-4x-1=0$

3 次の問いに答えよ。 （4点×3）

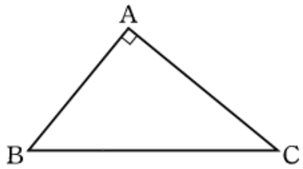
(1) $x=\frac{2}{3}$，$y=-\frac{1}{6}$ のとき，$x^2-4xy-32y^2$ の値を求めよ。

(2) 2次方程式 $x^2-ax-6a=0$ の解の1つが -3 のとき，もう1つの解を求めよ。

(3) $\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$の5枚のカードがある。この中から3枚のカードを並べて3けたの整数をつくるとき，その整数が3の倍数になる確率を求めよ。

4 湖のまわりにある7kmのサイクリングコースを，A，Bは同じ地点から出発して，同じ方向に1周することにした。Aは出発して5分後に写真を撮るために自転車を降り，2分後に同じ速さで走った。Bは，Aが出発してから8分後に出発した。A，Bの自転車の速さをそれぞれ時速12km，時速15kmとすると，BはAが出発してから何分後にAに追いつくか。 （6点）

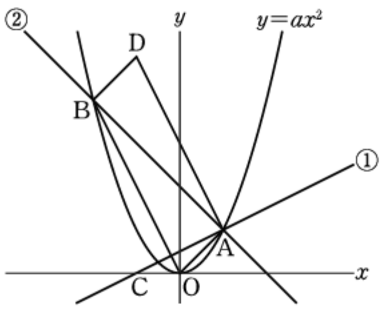
5 図の△ABCは ∠A＝90° の直角三角形である。∠Bの二等分線に点Cから垂線をひき，その交点をDとし，四角形ABCDをつくる。 （5点×2）



(1) 図に，四角形ABCDを作図せよ。

(2) 四角形ABCDの対角線の交点をEとする。AB＝AD のとき，∠BECの大きさを求めよ。

6 図のように，直線 $y=\frac{1}{2}x+1$ …①と $y=-x+4$ …②の交点をA，直線②と点Aを通る関数 $y=ax^2$ のグラフの交点をB，直線①と x 軸の交点をCとする。また，線分OA，OBを辺にもつ平行四辺形OADBをつくり，点Bの x 座標を -4 とする。（５点×３）

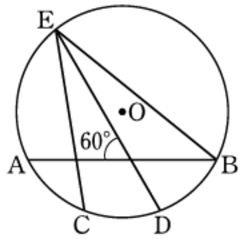


⑴ a の値を求めよ。

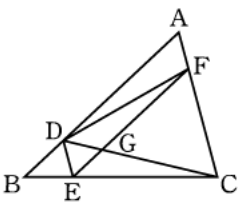
⑵ 点Dの座標を求めよ。

⑶ 点Cを通り，平行四辺形OADBの面積を２等分する直線の式を求めよ。

7 図のように，円Oの $\overset{\frown}{AB}$ を３等分した点をC，Dとし，弦ABと交わる角の大きさが60°になる弦DEをひく。円Oの半径を６cmとするとき，小さい方の $\overset{\frown}{CE}$ の長さを求めよ。（５点）



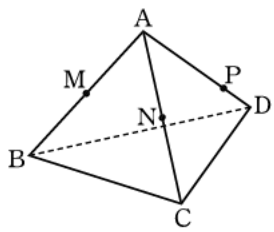
8 図のように，△ABCの辺AB上にAD＝CDとなる点Dをとり，Dを通り辺ACに平行な直線と辺BCの交点をEとする。また，点Eを通り辺ABに平行な直線と辺ACの交点をF，線分CDとEFの交点をGとする。（５点×２）



⑴ △ADF≡△DCEであることを証明せよ。

⑵ AD：DB＝3：1，△DEG＝3cm² のとき，△ABCの面積を求めよ。

9 図のような，１辺の長さが4cmの正四面体ABCDがある。辺AB，ACの中点をそれぞれM，Nとし，辺AD上にAP＝3cmとなる点Pをとる。この正四面体を３点M，N，Pを通る平面で切る。（５点×２）



⑴ 切り口の面積を求めよ。

⑵ 切ってできる立体のうち頂点Aをふくむ方の立体の体積と，正四面体ABCDの体積の比を，最も簡単な整数の比で表せ。