1 数・図形の規則性

代表例題 1 数の規則性

自然数をある規則にしたがって並べた表を，右の図のように1番目，2番目，3番目，4番目，5番目，…の順に作っていく。n番目の表には，上段，下段にそれぞれ自然数がn個ずつ並べられている。〈熊本〉

1番目

上段	1
下段	2

2番目

1	4
2	3

3番目

1	4	5
2	3	6

4番目

1	4	5	8
2	3	6	7

5番目

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

… n番目

1	4	5	8	9	•	…	•	•
2	3	6	7	10	•	…	•	•

n個

(1) 7番目の表の上段で，右端から2番目にある数を求めなさい。

(2) 10番目の表に並べられたすべての数の和から，9番目の表に並べられたすべての数の和をひいた値を求めなさい。

Point
数の規則性は，連続する数の関係を見比べることで，数の並べ方のきまりを見つける。

(3) aを偶数とし，bを3以上の奇数とする。

① a番目の表の上段で，右端から2番目にある数をaを使った式で表しなさい。

② a番目の表とb番目の表の，それぞれの上段で，右端から2番目にある数を比べると，a番目の表の数のほうが5だけ大きかった。また，a番目の表に並べられたすべての数の和は，b番目の表に並べられたすべての数の和より369だけ大きかった。このとき，a，bの値を求めなさい。

---

1 右の図1のように，1から6までの整数を1つずつ書いた6枚のカードがある。図2は，1列目に図1の順に6枚のカードを並べ，下の〈ルール〉にしたがって，2列目から6列目まで，順に数を書いたものである。ここで，6列目に書いた数を「結果」と呼ぶ。この場合，「結果」は112となる。

〈ルール〉 2列目から6列目までには，1つ上の列のとなり合う2つの数の和を書く。

図中の $\begin{smallmatrix} m & & n \\ & \vee & \\ & k & \end{smallmatrix}$ は，$m+n=k$を表す。

また，1列目に並べるカードの順は，変えることができる。たとえば，図2の1列目のカードの順を，図3の1列目のような順に変えると，「結果」は107となる。〈三重〉

図1

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$

図2

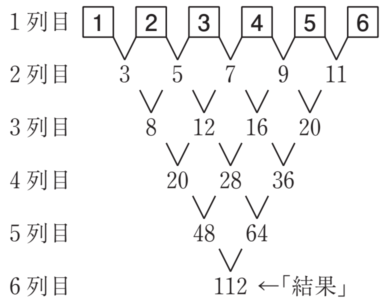
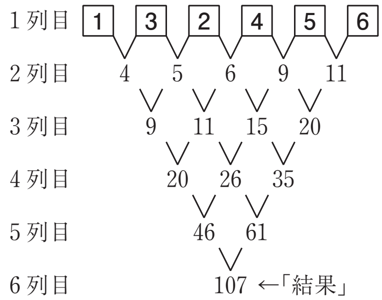


図3



(1) 1列目に並べたカードに書かれた数をそれぞれ左から順に，a，b，c，d，e，fと表すとき，「結果」をa，b，c，d，e，fを用いた式で表しなさい。

(2) 「結果」がもっとも小さくなるとき，その「結果」を答えなさい。

(3) 「結果」が107になるとき，1列目に並べるカードの順は全部で何通りありますか。

2　右の図１のように，１目もりが縦，横ともに１cmの等しい間隔で線がひかれている縦４cm，横５cmの長方形の方眼紙があり，この方眼紙にかかれている１辺の長さが１cmの正方形をマスということにする。また，この方眼紙のいちばん上の横に並んだ５個のマスを左から順にＡ，Ｂ，Ｄ，Ｇ，Ｋとする。さらに，上から２番目の横に並んだ５個のマスを左から順にＣ，Ｅ，Ｈ，Ｌ，Ｏとし，下から２番目の横に並んだ５個のマスを左から順にＦ，Ｉ，Ｍ，Ｐ，Ｒとし，いちばん下の横に並んだ５個のマスを左から順にＪ，Ｎ，Ｑ，Ｓ，Ｔとする。この方眼紙のＡのマスをのぞいた19個のマスに，次の手順にしたがって，ＢのマスからＴのマスまでアルファベット順に整数を１つずつ書き入れる。

図１

A	B	D	G	K
C	E	H	L	O
F	I	M	P	R
J	N	Q	S	T

〈神奈川県立光陵〉

手順

①　ＢのマスとＣのマスに，整数を１つずつ書き入れる。

②　ＤからＴのそれぞれのマスに，そのマスの上で接するマスに書かれた数と左で接するマスに書かれた数の和を書き入れる。ただし，上で接するマスがない場合は左で接するマスに書かれた数と等しい数を，左で接するマスがない場合は上で接するマスに書かれた数と等しい数を書き入れる。

例

　Ｂのマスに１，Ｃのマスに２を書き入れたとき，ＤのマスにはＢのマスに書かれた数と等しい数である１を書き入れ，ＥのマスにはＢのマスに書かれた数とＣのマスに書かれた数の和である３を書き入れ，ＦのマスにはＣのマスに書かれた数と等しい数である２を書き入れる。このようにして，残りのＧからＴのそれぞれのマスにも数を書き入れる。この結果，図２のようになる。

図２

A	B 1	D 1	G 1	K 1
C 2	E 3	H 4	L 5	O 6
F 2	I 5	M 9	P 14	R 20
J 2	N 7	Q 16	S 30	T 50

⑴　図１の状態で，手順にしたがって，Ｂのマスに３，Ｃのマスに－5をそれぞれ書き入れ，ＤからＴのそれぞれのマスに数を書き入れた。このとき，Ｔのマスに書かれた数を求めなさい。

⑵　図１の状態で，手順にしたがって，ＢのマスとＣのマスに整数を１つずつ書き入れ，ＤからＴのそれぞれのマスに数を書き入れた。ＬのマスとＮのマスに書かれた数がそれぞれ－2と２であるとき，Ｔのマスに書かれた数を求めなさい。

3　赤いボール，白いボール，黒いボールの３種類のボールがたくさんある。また，箱Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆがあり，次の①，②の規則にしたがってそれぞれの箱に，これらのボールを12個ずつ入れた。

①　それぞれの箱に入れる12個のボールには，３種類のボールが少なくとも１個ずつふくまれる。

②　それぞれの箱に入れる12個のボールにおいて，３種類のボールの個数はそれぞれ異なり，もっとも個数が多いのは赤いボールで，もっとも個数が少ないのは黒いボールである。

このとき，次の問いに答えなさい。　〈神奈川県立横浜翠嵐〉

⑴　箱Ａの中の黒いボールは３個であった。このとき，箱Ａの中の赤いボールの個数を求めなさい。

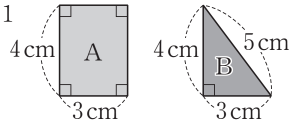
⑵　箱Ｂ，Ｃの中の赤いボールの個数は同じであり，箱Ｂの中の白いボールの個数は，箱Ｃの中の白いボールの個数よりも多かった。また，箱Ｂ，Ｃの中の白いボールと黒いボールをすべて合わせた個数は10個であった。このとき，箱Ｃの中の白いボールの個数を求めなさい。

⑶　箱Ｄ，Ｅ，Ｆの中の黒いボールの個数を比べると，箱Ｄの中の黒いボールの個数がもっとも多く，これらの３つの箱の中の黒いボールの個数はそれぞれ異なっていた。また，箱Ｄ，Ｅ，Ｆの中の白いボールの個数を比べると，箱Ｅの中の白いボールの個数がもっとも多く，これらの３つの箱の中の白いボールの個数はそれぞれ異なっていた。このとき，これらの３つの箱の中の赤いボールの個数の和を求めなさい。

代表例題 2 図形の規則性

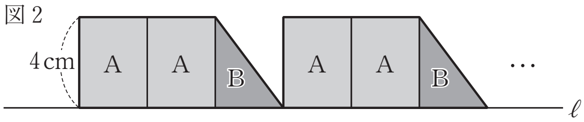
右の図１のような長方形のタイルＡと，直角三角形のタイルＢが多数ある。これらを直線ℓ上に，次の手順通りに並べていく。

図１



〈手順〉 ① タイルＡを置く。
② タイルＡを置く。
③ タイルＢを置く。

図２



以後，手順①～③をくり返す。ただし，図２のように，２枚目以降は，直前に置いたタイルの右へすき間なく重ならないように並べるものとする。

たとえば，４枚のタイルを並べたとき，タイルで作られた図形の周の長さは38cm，面積は42cm^{2}である。〈福井〉

(1) 10枚のタイルを並べたとき，タイルで作られた図形の周の長さと面積を求めなさい。

(2) 何枚かのタイルを並べたとき，タイルで作られた図形の周の長さは428cmであった。この図形の面積を求めなさい。

Point １まとまりを明らかにして，変化のようすを調べるとよい。

---

1 右の図１のような模様の入った正方形のタイルを作る。下の図２のように，図１のタイルをすき間なく規則的にしきつめて，１番目の図形，２番目の図形，３番目の図形，４番目の図形，…とする。次に，下の図３のように，図形の中にできた円形の模様の個数について調べる。下の表は，それぞれの図形のタイルの枚数と，図形の中にできた円形の模様の個数について，まとめたものの一部である。〈京都〉

図１

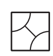
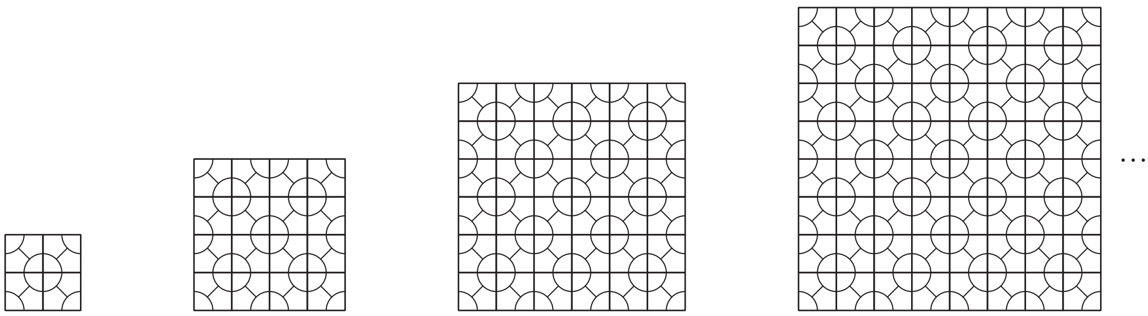
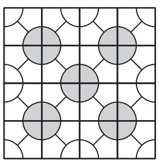


図２



１番目の図形　２番目の図形　３番目の図形　４番目の図形

図３



２番目の図形

たとえば，左のように，２番目の図形の中にできた円形の模様の個数は５個である。

	１番目の図形	２番目の図形	…	㋐番目の図形
タイルの枚数(枚)	4	16	…	1296
図形の中にできた円形の模様の個数(個)	1	5	…	㋑

(1) ６番目の図形について，タイルの枚数と図形の中にできた円形の模様の個数を求めなさい。

(2) n番目の図形について，タイルの枚数をnを用いて表しなさい。また，上の表の ㋐ ， ㋑ にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

2　しんじさんは，美術の授業でデザインを考えた。最初に，下の図1のように3つの白い正三角形と1つの黒い正三角形を組み合わせた模様をかいた。その後，以下に示す[作業]を何回かくり返して規則的な模様を作った。

［作業］

手順①　白い正三角形をすべて見つける。

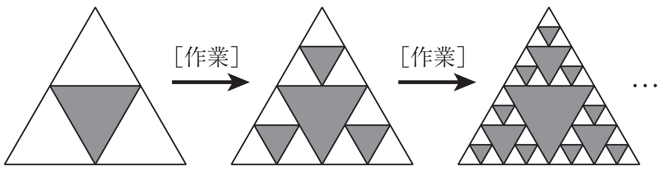
手順②　手順①で見つけたそれぞれの白い正三角形について，3辺の中点を結んで新たに4つの合同な正三角形をつくる。

手順③　手順②でつくられた正三角形のうち，最初にかいた黒い正三角形と同じ向きの正三角形をすべて黒くぬりつぶす。

右の図1～図3は，最初にかいた模様と[作業]をくり返し行ってできた模様を表している。　〈岩手〉

(1)　[作業]が4回終わったときにできた模様には，黒い正三角形は全部で何個ありますか。

図1　図2　図3



最初にかいた模様　[作業]が1回終わったときにできた模様　[作業]が2回終わったときにできた模様

(2)　[作業]が4回終わったときにできた模様にある黒い正三角形のなかで，もっとも小さな正三角形の面積を1 cm^2とする。すべての黒い正三角形の面積の和を求めなさい。

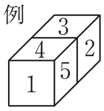
3　1から6までの数字を同じように書いた，1辺10 cmの立方体が複数個ある。立方体の向かい合う面の数字の和は，すべて7である。これらの立方体を，下の図1のように階段状に積み重ねた立体を順番に作っていく。立方体を積み重ねる規則は，右のとおりである。次の問いに答えなさい。ただし，図1の立体の表面の数字は，見やすいように向きをそろえてある。また，3段積んだときの立体の表面の数字は示していない。　〈兵庫〉

〈規則〉

①　2つの立方体の接する面の数字の和は7とする。

②　面で接する2つの立方体の，となり合う面の数字の和はすべて7とする。

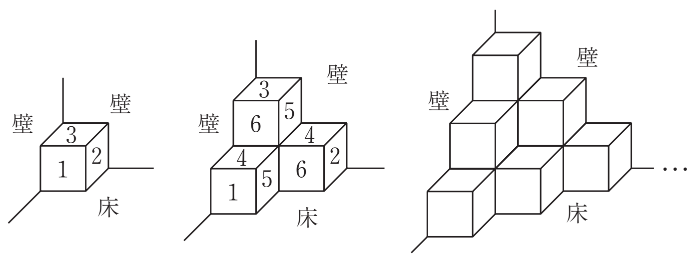
例



(1)　図2は，図1の立方体の展開図である。図2の中に該当する数字を記入しなさい。

(2)　4段積んだときの立体の表面積は何 cm^2 ですか。ただし，壁や床に接した面の面積もふくむことにする。

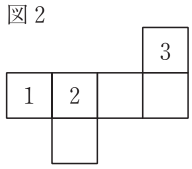
図1



1段積んだとき（立方体1個）　2段積んだとき（立方体4個）　3段積んだとき（立方体10個）　…

(3)　4段積んだときの立体の表面の数字の和はいくらですか。ただし，壁や床に接した面の数字もふくむことにする。

図2



(4)　規則にしたがって，立方体を積み重ねて立体を作ったら，立体の表面の数字の和が441となった。立体を作るのに使用した立方体の総数は何個ですか。ただし，立体の表面の数字の和441には，壁や床に接した面の数字もふくんでいる。