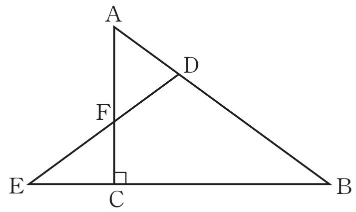
20 相似な図形(1)

例題1 相似の証明

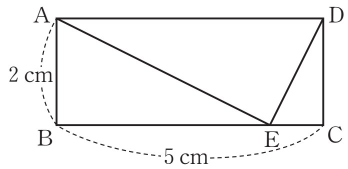
図のように，∠ACB＝90°の直角三角形ABCの辺AB上に点Dをとる。DB＝DEとなる点Eを，直線BC上に点Bと一致しないようにとり，辺ACと線分DEとの交点をFとするとき，△ABC∽△FECであることを証明せよ。〈宮城〉



答 **△ABCと△FECにおいて，**
∠ACB＝∠FCE＝90° ……①
△DBEは，DB＝DEの二等辺三角形だから，
∠ABC＝∠FEC ……②
①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，
△ABC∽△FEC

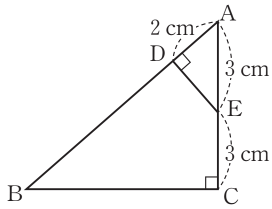
> **三角形の相似条件**
> ・3組の辺の比がすべて等しい。
> ・2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
> ・2組の角がそれぞれ等しい。

1 図で，四角形ABCDは，AB＝2 cm，BC＝5 cmの長方形である。辺BC上に，EC＝1 cmとなる点Eをとるとき，△ABE∽△ECDであることを証明せよ。



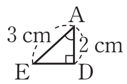
例題2 相似比と辺の長さ

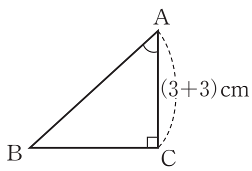
図で，線分ABの長さを求めよ。〈岩手〉



解説

△AEDと△ABCにおいて，
∠ADE＝∠ACB＝90°，
∠Aは共通
2組の角がそれぞれ等しいから，
△AED∽△ABC
対応する辺の比は等しいから，
AE：AB＝AD：AC



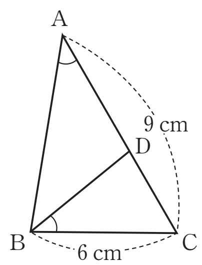


AB＝x cmとすると，
3：x＝2：(3＋3)
$2x$＝18
x＝9

> $a：b＝c：d$ ならば，
> $ad＝bc$

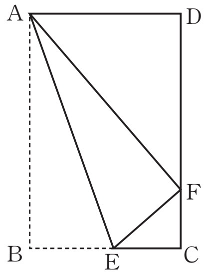
答 **9 cm**

2 図で，∠BAC＝∠DBCのとき，DCの長さを求めよ。



練習問題

1 (1)　図のように，長方形の紙ABCDを，AEを折り目として頂点Bが辺DC上にくるように折り，頂点Bが移った点をFとする。このとき，△ADF∽△FCEであることを次のように証明したい。$\boxed{\text{Ⅰ}}$，$\boxed{\text{Ⅱ}}$にあてはまる最も適当なものを，$\boxed{\text{Ⅰ}}$には下のA群の**ア**から**ウ**まで，$\boxed{\text{Ⅱ}}$にはB群の**エ**から**カ**までの中からそれぞれ選べ。また，$\boxed{\text{a}}$にあてはまる数値を書け。ただし，AB＞BCとする。〈愛知〉

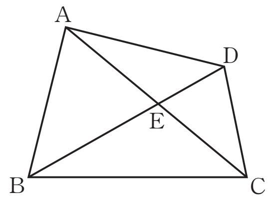


（証明）　△ADFと△FCEにおいて，
∠ADF＝∠FCE＝90°……①
また，∠$\boxed{\text{Ⅰ}}$＋∠AFD＝$\boxed{\text{a}}$°
∠$\boxed{\text{Ⅱ}}$＋∠AFD＝$\boxed{\text{a}}$°
よって，∠$\boxed{\text{Ⅰ}}$＝∠$\boxed{\text{Ⅱ}}$……②
①，②から，2組の角がそれぞれ等しいので，
△ADF∽△FCE

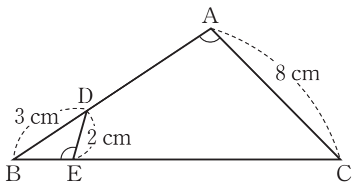
【A群】	ア	AFE	イ	DFA	ウ	FAD
【B群】	エ	CEF	オ	EFC	カ	AEF

Ⅰ＿＿＿＿＿　Ⅱ＿＿＿＿＿　a＿＿＿＿＿

(2)　図の対角線の交点をEとする四角形ABCDにおいて，∠BCA＝∠DCA，BA＝BEならば，△ABC∽△EDCである。このことを証明せよ。〈鳥取〉

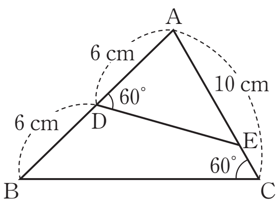


2 (1)　図で，∠BAC＝∠BEDのとき，線分BCの長さを求めよ。〈岩手〉



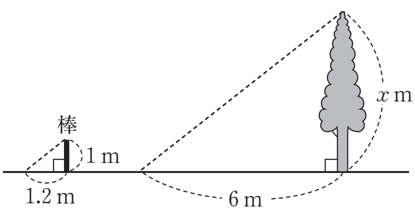
＿＿＿＿＿＿＿＿

(2)　図のように，△ABCの辺AB，AC上にそれぞれ点D，Eをとるとき，AEの長さを求めよ。〈青森〉



＿＿＿＿＿＿＿＿

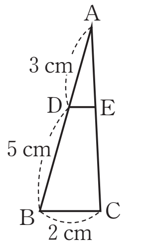
(3)　Aさんは，太陽の光でできる影の長さを利用して，木の高さを求めることにした。図のように，長さ1mの棒の影の長さが1.2mのとき，木の影の長さは6mであった。この木の高さをxmとして，xの値を求めよ。〈山口〉



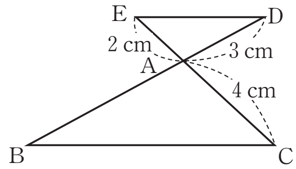
＿＿＿＿＿＿＿＿

例題3 三角形と比

(1) DE//BCのとき，DEの長さを求めよ。 〈島根〉



(2) DE//BCのとき，ABの長さを求めよ。



解説

(1) DE//BCだから，AD：AB＝DE：BC

DE＝x cmとおくと，

$3:(3+5)=x:2$

$8x=6$

$x=\frac{3}{4}$

△ADE∽△ABC
（2組の角がそれぞれ等しい。）

答 $\frac{3}{4}$ **cm**

(2) DE//BCだから，AD：AB＝AE：AC

AB＝y cmとおくと，

$3:y=2:4$

$2y=12$

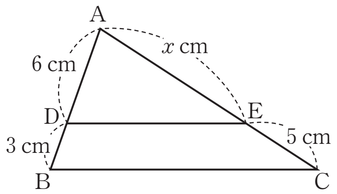
$y=6$

△ADE∽△ABC
（2組の角がそれぞれ等しい。）

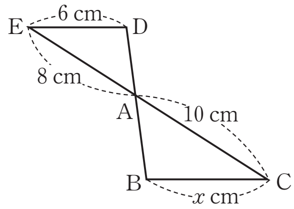
答 6 cm

3 DE//BCのとき，xの値を求めよ。

(1)

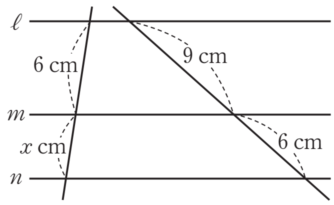


(2)



例題4 平行線と線分の比

図のように，直線ℓ，m，nがそれぞれ平行であるとき，xの値を求めよ。 〈新潟〉



解説

直線ℓ，m，nがそれぞれ平行だから，

$6:x=9:6$

$9x=36$

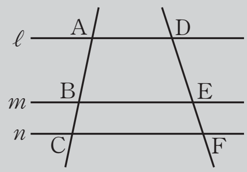
$x=4$

答 $x=4$

平行線と線分の比

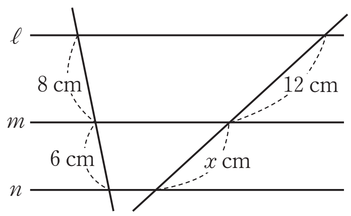
ℓ，m，nが平行ならば，

AB：BC＝DE：EF

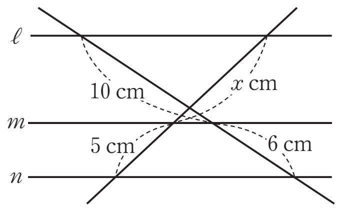


4 直線ℓ，m，nがそれぞれ平行であるとき，xの値を求めよ。

(1)

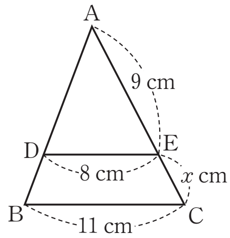


(2)



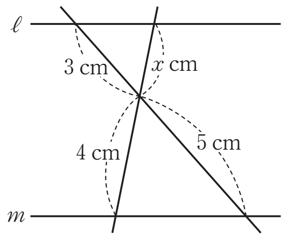
練習問題

3 (1)　図で，DE//BCのとき，xの値を求めよ。



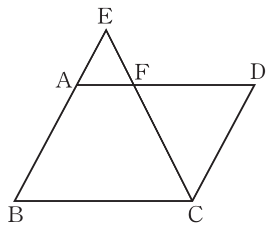
(2)　図のように，平行な2つの直線ℓ，mに2直線が交わっている。xの値を求めよ。

〈栃木〉

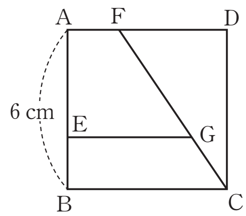


(3)　AB＝6 cm，BC＝8 cmの平行四辺形ABCDがある。図のように，BAを延長した直線上に，AE＝4 cmとなる点Eをとり，線分ECとADの交点をFとする。FDの長さを求めよ。

〈長野〉



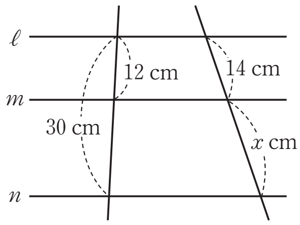
(4)　図のようなAB＝6 cmの正方形ABCDがある。辺AB上に点EをAE＝4 cmとなるようにとり，辺AD上に点FをAF＝2 cmとなるようにとる。また，線分CF上に点GをBC//EGとなるようにとる。線分EGの長さを求めよ。〈神奈川〉



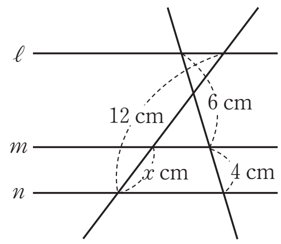
4 (1)　$\ell // m // n$ のとき，xの値を求めよ。

〈青森〉

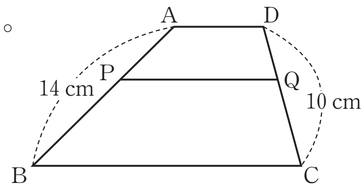
①



②



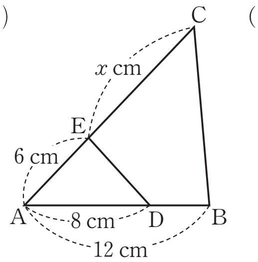
(2)　図のような，AD//BC，AB＝14 cm，DC＝10 cmの台形ABCDがある。点P，Qはそれぞれ辺AB，DC上の点で，AP＝6 cm，PQ//BCである。DQの長さを求めよ。



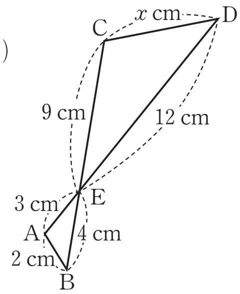
実戦問題

1 xの値を求めよ。

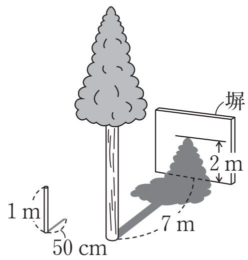
(1)　（∠ACB＝∠ADE）　〈青森〉



(2)　〈岩手〉

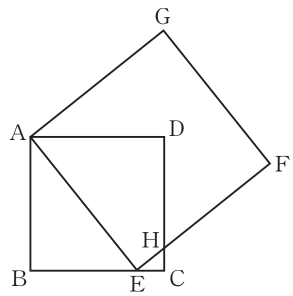


2 ある晴れた日に，長さ1mの棒の影の長さをはかると50cmであった。このとき，近くにある木の影が図のように地面と塀に映っていた。この木の高さを求めよ。ただし，棒，木，塀は地面に対して垂直に立っているものとする。　〈石川〉



3 図のように，正方形ABCDの辺BC上に点Eをとり，AEを1辺とする正方形AEFGを作る。辺CDと辺EFの交点をHとする。　〈栃木〉

(1)　△ABE∽△ECHであることを証明せよ。

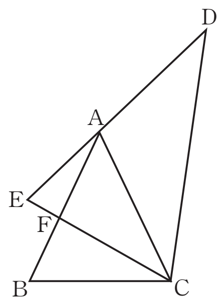


(2)　AB＝5cm，BE＝4cmのとき，DHの長さを求めよ。

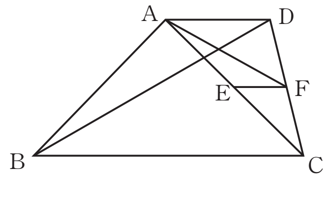
4 図のように，辺ACが共通な2つの二等辺三角形ABCとACDがあり，AB＝AC＝ADとする。また，∠ACBの二等分線と辺DAの延長との交点をEとし，辺ABとCEとの交点をFとする。　〈北海道〉

(1)　∠BCF＝35°のとき，∠BACの大きさを求めよ。

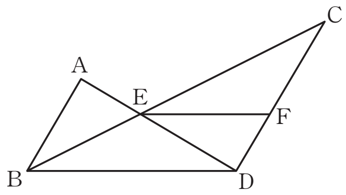
(2)　∠ACE＝∠ADCのとき，△ACE∽△BCFを証明せよ。



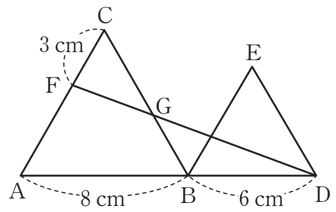
5 図のように，AD//BCの台形ABCDがあり，AB＝AC，∠BAC＝90°である。対角線ACの中点をEとし，点Eを通り辺ADに平行な直線と辺CDとの交点をFとするとき，△ABD∽△EAFであることを証明せよ。　〈広島〉



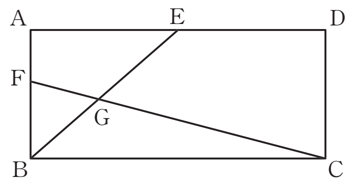
6 図で，線分ABと線分CDは平行であり，線分ADと線分BCの交点をEとする。点Fは線分CD上の点であり，線分EFと線分BDは平行である。AB＝3 cm，BD＝6 cm，CD＝5 cmであるとき，線分EFの長さを求めよ。 〈秋田〉



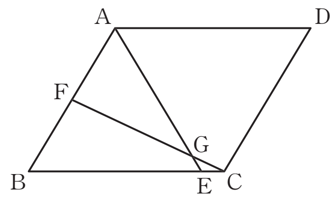
7 図のように，１辺が8 cmの正三角形ABCと，１辺が6 cmの正三角形BDEがあり，点Dは辺ABの延長上の点で，２点C，Eは直線ADについて同じ側にある。辺AC上に，２点A，Cと異なる点Fをとり，線分DFと辺BCとの交点をGとする。CF＝3 cmであるとき，線分BGの長さは何cmか。〈香川〉



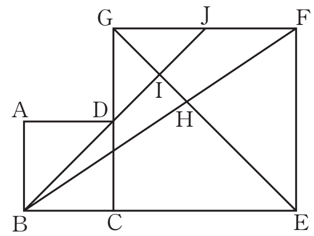
8 (1) 図で，四角形ABCDは長方形である。点Eは辺ADの中点，点Fは辺AB上の点で，AF：FB＝2：3である。線分BEと線分CFの交点をGとするとき，CG：GFを求めよ。 〈秋田〉



(2) 図で，四角形ABCDは平行四辺形である。また，点Eは線分BC上の点であり，△ABEは正三角形である。さらに，線分ABの中点をFとし，線分AEと線分CFとの交点をGとする。AB＝6 cm，AD＝7 cmのとき，線分AGの長さを求めよ。 〈神奈川〉



9 図のように，１辺の長さがそれぞれ2 cm，4 cmである正方形ABCD，CEFGがあり，３点B，C，Eは一直線上にある。線分BFと線分EGとの交点をH，線分BDを延長した直線と線分EG，FGとの交点をそれぞれ I，Jとする。GI：IHを最も簡単な整数の比で表せ。 〈京都〉



10 図のように，AB＝3 cm，BC＝4 cmの平行四辺形ABCDがあり，辺AD上に点E，辺BC上に点F，辺CD上に点GをそれぞれAE＝BF＝DG＝１cmとなるようにとる。また，線分EFと線分ACとの交点をH，線分EFと線分BGとの交点をＩとする。線分HIの長さを求めよ。 〈神奈川〉