

3

比と比例式

道具箱

例題 1~4

① 比

比 $a:b$ は、2つの数量 a と b の割合を表したもので、 a 、 b を比の項^{こゝ}といい、記号：の前にある項 a を前項、あとにある項 b を後項という。

② 比の値

比 $a:b$ の前項 a を後項 b でわった値 $\frac{a}{b}$ を、 $a:b$ の比の値という。 $a:b$ の比の値 $\frac{a}{b}$ は、 b を基準にして、 a が b の何倍であるかを示した数である。

③ 比を簡単にする

比の前項と後項に同じ数をかけても、前項と後項を同じ数でわっても、比の値は変わらない。この性質を使って、比をできるだけ小さな整数の比になおすことを、比を簡単にするという。

$$a:b = am:bm$$

$$a:b = \frac{a}{m}:\frac{b}{m}$$

ただし、 $m \neq 0$

④ 比例式

2つの比 $a:b$ と $c:d$ が等しいことを表す式 $a:b=c:d$ を比例式という。このとき、 b 、 c のように比例式の内側にある項を内項、 a 、 d のように外側にある項を外項という。

比例式について、次のことがいえる。

比例式の内項の積と、外項の積は等しい。

$$a:b=c:d \text{ ならば、} ad=bc$$

$$\begin{array}{c} \text{外項} \\ \curvearrowright \\ a:b=c:d \\ \curvearrowleft \\ \text{内項} \end{array}$$

●例題 1 比の値

次の比の値を求めなさい。

(1) $12:18$

(2) $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}$

●考え方● 比の値を求めるには、比の前項を後項でわればよい。

$$(1) 12 \div 18 = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \quad (2) \frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{9}{10}$$

(2) の約分しておく

○解答○ (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{9}{10}$

1 次の比の値を求めなさい。

(1) $25:15$

(2) $4.2:2.8$

(3) $\frac{9}{8}:\frac{7}{4}$

●例題 2 比を簡単にする

次の比を簡単にしなさい。

(1) $20 : 42$

(2) $0.5 : 0.15$

(3) $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$

●考え方 (1) 前項と後項を 2 でわる。

(2) 前項と後項に 100 をかけて、5 でわる。 $0.5 : 0.15 = 50 : 15 = 10 : 3$

(3) 前項と後項に分母の最小公倍数の 8 をかける。 $\frac{3}{4} : \frac{5}{8} = (3 \times 2) : 5$

○解答 (1) $10 : 21$ (2) $10 : 3$ (3) $6 : 5$

2 次の比を簡単にしなさい。

(1) $81 : 27$

(2) $120 : 54$

(3) $0.2 : 0.6$

(4) $1.25 : 1$

(5) $\frac{5}{12} : \frac{7}{20}$

(6) $2\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$

●例題 3 比例式を解く

次の比例式を解きなさい。

(1) $16 : 5 = 64 : x$

(2) $12 : x = 60 : 15$

●考え方 比例式の 3 つの項がわかっているとき、残りの項を求めることを、比例式を解くという。内項の積と外項の積が等しいことから、方程式をつくる。

(1) $16 \times x = 5 \times 64 \quad x = \frac{5 \times 64}{16} = 20$

(2) $12 \times 15 = x \times 60 \quad x = \frac{12 \times 15}{60} = 3$

○解答 (1) $x = 20$ (2) $x = 3$

3 次の比例式を解きなさい。

(1) $x : 28 = 4 : 7$

(2) $18 : 54 = x : 2$

(3) $0.4 : 5.6 = 3 : x$

(4) $2 : x = 1.6 : 4.8$

(5) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = x : 15$

(6) $\frac{5}{12} : \frac{5}{6} = \frac{1}{18} : x$

●例題 4 比例式の利用

縦の長さが15cmで横の長さが21cmの長方形がある。縦と横の長さの比率が、この長方形の縦と横の長さの比率と同じ長方形をつくりたい。縦の長さを40cmにすると、横の長さは何cmにすればよいですか。

●**考え方**● 求める長方形の横の長さを x cm とすると、縦と横の長さの比は $15 : 21$

よって、 $40 : x = 15 : 21$

これより、 $x \times 15 = 40 \times 21$ これを解いて、 $x = 56$

○**解答**○ 56cm

4 銅と亜鉛が5:2の割合でふくまれている合金がある。いま、この合金をつくる時、亜鉛が28kgあった。亜鉛をすべて使って合金をつくるには、銅は何kg用意すればよいですか。

5 Aさんの体重は36kgで、AさんとBさんの体重の比は9:10である。Bさんの体重を求めなさい。

6 60点満点のテストで、得点が51点であった人がいる。100点満点になおすと、この人の得点は何点になりますか。

7 Aの荷物の重さの $\frac{15}{32}$ とBの荷物の重さの $\frac{9}{16}$ とが同じ重さであるとき、Aの荷物の重さとBの荷物の重さの比を、もっとも簡単な自然数の比に表しなさい。

8 兄は1050円持っていたが、そのうちの150円を弟に渡したので、兄と弟の所持金の比が3:2になったという。弟の最初の所持金を求めなさい。